

Муниципальное бюджетное общеобразовательное учреждение  
городского округа Тольятти «Школа № 18»

ПРИНЯТО  
Педагогическим советом Школы  
от 30.08.2017 года  
Протокол № 1



**Рабочая программа**  
**по платной образовательной услуге**  
**«Решение уравнений и неравенств с параметрами»**

**Классы: 10 – 11.**

**Количество часов: 128 часов (2 часа в неделю, всего по 64 часа в год)**

**Составитель:**

учитель математики Николаева И.П.  
на основе программы «Решение уравнений  
и неравенств с параметрами. Сборник элективных  
курсов «Математика. 10-11 классы».  
Автор Айвазян Д.Ф. - Волгоград: Учитель, 2009.

Тольятти  
2017

# Решение уравнений и неравенств с параметрами

## Пояснительная записка

Данная рабочая программа составлена на основе программы элективного курса «Решение уравнений и неравенств с параметрами». (Сборник элективных курсов «Математика. 10-11 классы». Автор – составитель Айвазян Д.Ф. - Волгоград: Учитель, 2009).

Курс опирается на знания и умения, полученные учащимися при изучении алгебры в основной школе. Тематика курса составлена с таким расчетом, чтобы систематизировать и обобщить полученные на уроках знания учащихся, одновременно расширяя и углубляя их, а также рассмотреть некоторые вопросы, изучение которых не предусмотрено школьной программой.

Углубление реализуется на базе обучения методам и приемам решения математических задач, требующих применения высокой логической и операционной культуры, развивающих научно-теоретическое и алгоритмическое мышление учащихся. Тематика задач не выходит за рамки образовательного стандарта, но уровень их трудности - повышенный, превышающий обязательный.

Особенности курса: приоритет развивающей функции обучения над информационной, усиление практической значимости изучаемого материала, широкие возможности для реализации уровневой дифференциации в обучении. Значительное место в учебном процессе отведено самостоятельной математической деятельности учащихся, учитывающей мыслительные особенности данного возраста.

Программа данного курса предусматривает:

- формирование у учащихся устойчивого интереса к предмету;
- развитие математических способностей;
- повышение уровня обученности учащихся;
- подготовку учащихся к сдаче ЕГЭ, ЦТ.

Тематика программы обеспечивает:

- интеллектуальное развитие учащихся;
- формирование математического мышления;
- формирование представлений об идеях и методах математики;
- развитие познавательной активности учащихся и творческого подхода к решению математических задач;
- формирование потребности к самообразованию и способности к адаптации в изменившемся обществе.

### Цели курса:

- обеспечение сознательного овладения учащимися системой математических знаний и умений, достаточных для изучения смежных дисциплин и продолжения образования;
- систематизация и обобщение опорных знаний учащихся по математике;
- подготовка учащихся к ЕГЭ по математике;
- развитие логического и творческого мышления.
- формирование умений и навыков комплексного осмысления знаний.

Достижению целей служат специально подобранные задачи. На занятиях рассматриваются такие задачи, решение которых не требует дополнительных знаний, но эти знания используются в новых нестандартных ситуациях.

Занятия построены по схеме «Ключевая задача + упражнения». Разбор ключевых задач в ходе совместной деятельности учителя с учащимися позволяет обеспечить

ориентирование в материале. Для отработки практических навыков используются долгосрочные домашние задания. В качестве контроля - релейные контрольные задания.

Структура материала курса такова, что учащиеся имеют возможность решать задачи теми способами и средствами, которыми к этому времени располагают в результате изучения материала основного курса. Многие задания допускают несколько способов решений, которые рассматриваются и разбираются на занятиях. Предпочтение отдается наиболее доступным, рациональным способам, которые помогут учащимся «набить руку» в практике решения разнообразных задач.

Ведущими **методами** преподавания являются метод проблемных задач, самостоятельная работа учащихся с различными источниками информации.

**Формы** учебных занятий:

- уроки решения ключевых задач;
- практикумы;
- консультации;
- зачетные занятия.

В работе с учащимися на занятиях применяются:

- блочно- модульный подход в преподавании математики;
- принцип дифференциации и индивидуализации;
- разноуровневый дидактический материал;

В качестве контроля - релейные контрольные работы, самостоятельные работы.

**Ожидаемый результат:** При реализации данного курса результативность будет определяться количеством и качеством самостоятельно решенных учебных задач уровня возможностей (то есть задач так называемой «конкурсной математики», требующих знания специальных эффективных приемов решения), а также решения задач ЕГЭ части В и С.

### **Содержание и организация процесса обучения**

Предлагаемый курс предназначен для учащихся 10-11 классов и рассчитан на реализацию в течение 2 лет по 64 часа в каждом учебном году, всего 128 часов. Тематическое планирование построено в соответствии с содержательными линиями разделов, объединяющими связанные между собой вопросы. Эти вопросы могут рассматриваться как в 10-м, так и в 11-м классах, повторяя и дополняя друг друга.

### **Тематическое планирование курса**

<b>№ п/п</b>	<b>Содержание материала</b>	<b>Кол-во часов</b>	<b>Форма контроля</b>
1	Уравнения высших степеней	24	зачет
2	Уравнения и неравенства с модулем	22	зачет
3	Системы уравнений	18	зачет
4	Иррациональные уравнения и неравенства	12	зачет
5	Задания с параметром	20	
6	Применение свойств функций к решению уравнений и неравенств	16	сам работа
7	Итоговое повторение.	16	итог работа
	Всего	128	

### **Содержание программы курса:**

#### **10 класс**

#### **Тема 1. Уравнения высших степеней (24 часа)**

Многочлены. Деление многочлена.

Теорема Безу. Схема Горнера.

Введение новой переменной.  
Возвратные уравнения.  
Однородные уравнения.  
Выделение полного квадрата.  
Метод неопределенных коэффициентов.  
Дробно- рациональные уравнения.  
Неравенства. Метод интервалов.  
Уравнения и неравенства с двумя переменными.

**Тема 2. Уравнения и неравенства с модулем.(22 часа)**

Уравнения вида:  $|f(x)| = g(x); |f(x)| = |g(x)|;$   
Неравенства вида:  $|f(x)| \leq g(x); |f(x)| \geq g(x); |f(x)| \leq |g(x)|;$   
Уравнения и неравенства с несколькими модулями;  
Уравнения и неравенства, содержащие модуль в модуле,  
Уравнения и неравенства, решаемые заменой переменной;  
Построение графиков функций, содержащих модуль (метод симметрии)  
Метод областей.

**Тема 3. Системы уравнений (18 часов)**

Системы, решаемые подстановкой,  
Алгебраическим сложением,  
Умножением и делением,  
Введением новой переменной;  
Симметрические системы;  
Применение однородных уравнений к решению систем;  
Системы трех уравнений с тремя неизвестными: линейные и нелинейные.

**11 класс**

**Тема 4. Иррациональные уравнения и неравенства(12 часов)**

Уравнения вида:  $\sqrt{f(x)} = \varphi(x); \sqrt{f(x)} = \sqrt{\varphi(x)}; g(x) \cdot \sqrt{f(x)} = 0; \sqrt{f(x)} \pm \sqrt{\varphi(x)} = g(x)$   
 $\sqrt{f(x)} \pm \sqrt{\varphi(x)} = \sqrt{g(x)}; \sqrt[n]{f(x)} \pm \sqrt[n]{\varphi(x)} = g(x);$   
Неравенства вида:  $\sqrt{f(x)} \leq \varphi(x); \sqrt{f(x)} \geq \varphi(x); \sqrt{f(x)} \leq (\geq) \sqrt{\varphi(x)};$   
Уравнения и неравенства, решаемые введением новой переменной,  
Приведением к квадрату двучлена под знаком радикала;  
Умножением на сопряженное;  
Применение однородных уравнений;  
Использование свойств, входящих под знак радикала функций.

**Тема 5. Задания с параметром (20 часов)**

Линейное уравнение с параметром  
Дробно-рациональные уравнения с параметром. Уравнения с заданными условиями.  
Квадратные уравнения с параметром. Квадратные уравнения с заданными условиями.  
Линейные неравенства с параметром.  
Квадратные неравенства с параметром. Метод интервалов при решении неравенств с параметром.  
Уравнения и неравенства с параметром, содержащие переменную под знаком модуля.  
Графический метод при решении линейных уравнений и неравенств с параметром.

**Тема 6. Применение свойств функции к решению уравнений (16 часов)**

Сравнение областей определения.  
Сравнение областей значений.  
Применение четности.  
Симметричность функций.

Применение монотонности

**Тема 7. Итоговое повторение (16 часов)**

Числа и тождественные преобразования.

Производная и ее применение.

Первообразная и ее применение.

Уравнения высших степеней, системы уравнений, неравенства.

Уравнения и неравенства с модулем, системы уравнений и неравенств.

Иррациональные уравнения, системы уравнений, неравенства.

Тригонометрические уравнения, неравенства, системы уравнений.

Показательные уравнения, системы уравнений, неравенства.

Логарифмические уравнения, системы уравнений, неравенства.

**Учебно-тематический план**

№п/п	Содержание	Учебное время, часы		
		занятие	с/р	зачет
<i>1. Уравнения высших степеней (24 часа)</i>				
1	Многочлены. Деление многочлена	2		
2	Теорема Безу. Схема Горнера	2		
3	Введение новой переменной	2		
4	Возвратные уравнения	1		
5	Однородные уравнения.	1		
6	Выделение полного квадрата	1		
7	Метод неопределенных коэффициентов	3		
8	Дробно- рациональные уравнения	3		
9	Неравенства. Метод интервалов	3	1	
10	Уравнения и неравенства с двумя переменными	3		
11	Зачетное занятие			2
<i>2. Уравнения и неравенства с модулем.(22 часа)</i>				
1	Уравнения вида: $ f(x)  = g(x);  f(x)  =  g(x) $ ;	2		
2	Уравнения и неравенства с несколькими модулями;	3		
3	Неравенства вида: $ f(x)  \leq g(x);  f(x)  \geq g(x);  f(x)  \leq  g(x) $ ;	2		
4	Уравнения и неравенства, решаемые заменой переменной	2		
5	Уравнения и неравенства, содержащие модуль в модуле,	4		
6	Построение графиков функций, содержащих модуль (метод симметрии)	3	1	
7	Метод областей.	3		
8	Зачетное занятие			2
<i>3. Системы уравнений (18 часов)</i>				
1	Системы, решаемые подстановкой	1		
2	Системы, решаемые алгебраическим сложением	1		
3	Системы, решаемые умножением и делением	2		
4	Системы, решаемые введением новой переменной	2		
5	Симметрические системы	2		
6	Применение однородных уравнений к решению систем	2		
7	системы трех уравнений с тремя неизвестными, линейные	2	1	
8	системы трех уравнений с тремя неизвестными, нелинейные	2	1	
9	Зачетное занятие			2
<i>4. Иррациональные уравнения и неравенства(12 часов)</i>				
1	Уравнения вида: $\sqrt{f(x)} = \varphi(x); \sqrt{f(x)} = \sqrt{\varphi(x)}; g(x) \cdot \sqrt{f(x)} = 0$ ;	2		
2	Уравнения вида $\sqrt{f(x)} \pm \sqrt{\varphi(x)} = \sqrt{g(x)}$ $\sqrt{f(x)} \pm \sqrt{\varphi(x)} = g(x)$			
3	Уравнения вида $\sqrt[n]{f(x)} \pm \sqrt[n]{\varphi(x)} = g(x)$ ;	2		

№п/п	Содержание	Учебное время, часы		
		занятие	с/р	зачет
4	Неравенства вида: $\sqrt{f(x)} \leq \varphi(x); \sqrt{f(x)} \geq \varphi(x); \sqrt{f(x)} \leq (\geq) \sqrt{\varphi(x)}$	2		
5	Уравнения и неравенства, решаемые введением новой переменной	1		
6	Уравнения и неравенства, решаемые приведением к квадрату двучлена под знаком радикала	1		
7	Уравнения и неравенства, решаемые умножением на сопряженное	1		
8	Уравнения и неравенства, решаемые применением однородных уравнений	1		
9	Зачетное занятие			2
<i>5. Задания с параметром (20 часов)</i>				
1	Линейное уравнение с параметром	2		
2	Дробно-рациональные уравнения с параметром. Уравнения с заданными условиями	2		
3	Квадратные уравнения с параметром. Квадратные уравнения с заданными условиями.	3		
4	Линейные неравенства с параметром .	2		
5	Квадратные неравенства с параметром. Метод интервалов при решении неравенств с параметром	2	1	
6	Уравнения и неравенства с параметром, содержащие переменную под знаком модуля.	4		
7	Графический метод при решении линейных уравнений и неравенств с параметром.	3	1	
<i>6. Применение свойств функции к решению уравнений (16 часов)</i>				
1	Сравнение областей определения	2		
2	Сравнение областей значений	3		
3	Применение четности.	3		
4	Симметричность функций.	3		
5	Применение монотонности	3		
6	Самостоятельная работа		2	
<i>7. Итоговое повторение (16 часов)</i>				
1	Числа и тождественные преобразования			2
2	Производная и ее применение			2
3	Первообразная и ее применение			2
4	Уравнения высших степеней, системы уравнений, неравенства			2
5	Уравнения и неравенства с модулем, системы уравнений и неравенств. Иррациональные уравнения, системы уравнений, неравенства			2
6	Тригонометрические уравнения, неравенства, системы уравнений			2
7	Показательные уравнения, системы уравнений, неравенства			2
8	Логарифмические уравнения, системы уравнений, неравенства			2

### Требования к результатам обучения

В результате изучения курса учащиеся должны овладеть следующими знаниями, умениями и навыками:

- знание математических определений и теорем, предусмотренных программой;
- умение точно и сжато выразить математическую мысль в письменном изложении, используя соответствующую символику;
- уверенное владение математическими умениями и навыками решения математических задач;

- свободно решать показательные и логарифмические уравнения и неравенства, системы уравнений (включая алгебраические, показательные, логарифмические и тригонометрические выражения);

Преобразовывать тригонометрические выражения и решать тригонометрические уравнения;

Решать тригонометрические неравенства;

Применять свойства многочленов к решению задач;

Делить многочлен на многочлен с остатком и без остатка, используя теорему Безу;

Использовать схему Горнера;

Решать системы линейных уравнений (методами Гаусса, Крамера);

Решать нелинейные алгебраические системы уравнений;

Решать однородные, симметрические, возвратные уравнения;

Решать иррациональные уравнения, системы уравнений;

Решать дробно- линейные, квадратные и иррациональные неравенства;

Решать уравнения, системы уравнений, неравенства с модулем;

Решать уравнения и неравенства с двумя переменными;

Строить графики функций, содержащих модуль;

Использовать метод областей;

Решать уравнения и неравенства: линейные, дробно- рациональные, квадратные с параметром аналитически и графически;

Применять свойства функций при решении уравнений;

Решать комбинированные уравнения и неравенства.

#### **Дополнительная литература:**

1. Задачи по алгебре и началам анализа: Пособие для учащихся 10-11 классов общеобразовательных учреждений/ СМ. Саакян, А.М. Гольдман, Д.В. Денисов. – М.: Просвещение 2003 г.

2. Задания для подготовки к выпускному экзамену по алгебре и началам анализа: Кн. Для учащихся 11 кл. общеобразовательных учреждений / Е.А. Семенко, С.Д. Некрасов и др. – М.: Просвещение, 1997 г.

3. Мерзляк А.Г. и другие «Алгебраический тренажёр: Пособие для школьников и абитуриентов – Киев «А.С.К.»1997г.

4. Доброва О.Н. Задания по алгебре и началам анализа: Пособие для учащихся 9-11 кл. общеобразовательных учреждений – М.: Просвещение, 1996 .

5. Шахмейстер А.Х. Уравнения и неравенства с параметром. – СПб.: «ЧеРо-на-Неве»,2004.

6. Фальке Л.Я. Изучение сложных тем курса алгебры в средней школе: Учебно-методические материалы. – М.: Народное образование; Илекса; Ставрополь: Сервисшкола,2005.- 120с.

7. Романова Т.Е., Романов П.Ю. Задания с параметром: Методическое пособие.- МГПИ,1996г.

8. Моденов В.П. Задачи с параметрами. Координатно-параметрический метод: учебное пособие. – М.: «Экзамен», 2006.-285

9. Горштейн П.И., Полонский В.Б., Якир М.С. Задачи с параметрами. – М.: Илекса, Харьков: Гимназия, 2003,-336с.

10. Романова Т.Е. Решение уравнений и неравенства первой степени с параметрами. Уравнения и неравенства, содержащие переменную под знаком модуля: Учебно-методическое пособие. – Магнитогорск: МаГУ, 2004.-63 с.

11. Сборник задач по математике для поступающих во ВТУЗы. Под ред. Сканави. – М:1996г

12. Сборник задач по математике для поступающих в ВУЗы.: Учеб. пособие. Дыбов П.Т. и др. под ред. Прилепко – М.: Высш. школа,1983 г.

13. Система тренировочных задач и упражнений по математике/Симонов А.Я. и др. – М.: Просвещение,1991г.
14. Цыпкин А.Г., Пинский А.И. Справочник по методам решения задач по математике для средней школы. – М.: Наука,1989 г.
15. Черкасов О.Ю., Якушев А.Г. Математика: интенсивный курс подготовки к экзамену. – М.: Рольф 1997г.
16. Шарыгин И.Ф. Математика для поступающих в ВУЗы: Учеб. пособие – М.: «Дрофа»,1997г.
17. Иванов М.А. Математика без репетитора: 800 задач с ответами и решениями для абитуриентов. – М: Вентана-Графф,2002.

### Инструментарий контроля

При работе над блоком «Итоговое повторение» в качестве контроля за выполнением долгосрочных домашних работ (методическое пособие «Подготовка к ЕГЭ. Итоговое повторение») предложены релейные контрольные работы (методическое пособие «Подготовка к ЕГЭ. Итоговое повторение (карточки с заданиями)»)

#### Критерии оценивания

Каждый вариант состоит из двух частей. Первая часть (до черты) включает материал домашней работы. Выполнение этой части гарантирует учащемуся получение хорошей оценки. Вторая часть (после черты) включает задания, более сложные с технической точки зрения и гарантирует учащемуся получение отличной оценки.

#### *Зачетная работа по теме «Уравнения высших степеней»*

$\frac{x^2+1}{x} + \frac{x}{x^2+1} = 2,9$ $(x+3)(x+4)(x+5)(x+7) = -16$ $1. (x^2 - 3x + 1)^2 + 3(x-1)(x^2 - 3x + 1) = 4(x-1)^2$ $7\left(x + \frac{1}{x}\right) - 2\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) = 9$ $(x+5)^4 + (x+3)^4 = 16$	$\frac{x^4}{(2x+3)^2} - \frac{2x^2}{2x+3} + 1 = 0$ $(x^2 + 2x)^2 - (x+1)^2 = 55$ $2. (2x-1)(x-2)(2x^2 + 7x + 2) = -20x^2$ $(x-6)^4 + (x-4)^4 = 82$ $x^4 - 2x^3 - 13x^2 - 2x + 1 = 0$
$\frac{x^2+1}{x} + \frac{x}{x^2+1} = 2,9$ $(x^2 + x + 1)^2 - 3x^2 - 3x - 1 = 0$ $3. \frac{x-1}{x+1} - \frac{x-2}{x+2} = \frac{x-3}{x+3} - \frac{x-4}{x+4}$ $x^4 - 2x^3 - 18x^2 - 6x + 9 = 0$ $\frac{2x}{x^2 - 2x + 5} + \frac{3x}{x^2 + 2x + 5} = \frac{7}{8}$	$\frac{x^4}{(2x+3)^2} - \frac{2x^2}{2x+3} + 1 = 0$ $(8x^2 - 3x + 1)^2 = 32x^2 - 12x + 1$ $4. x^4 + 5x^2(x+1) = 6(x+1)^2$ $(x+3)(x+4)(x+5)(x+7) = -16$ $3x^2 + 5x + \frac{5}{x} + \frac{3}{x^2} = 16$



$\frac{x^2+1}{x} + \frac{x}{x^2+1} = 2,9$ $x(x+3)(x+5)(x+8) = 100$ 5. $(x^2-x)^4 - 5(x^2-x)^2 x^2 + 6x^4 = 0$ $\frac{4x}{4x^2-8x+7} + \frac{3x}{4x^2-10x+7} = 1$ 7 $\left(x + \frac{1}{x}\right) - 2\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) = 9$	$\frac{x^4}{(2x+3)^2} - \frac{2x^2}{2x+3} + 1 = 0$ $(x+3)(x+4)(x+5)(x+7) = -16$ 6. $\frac{2x}{x^2-2x+5} + \frac{3x}{x^2+2x+5} = \frac{7}{8}$ $x^4 - 2x^3 - 13x^2 - 2x + 1 = 0$ $(x^2 - 3x + 1)^2 + 3(x-1)(x^2 - 3x + 1) = 4(x-1)^2$
$\frac{x+1}{x} + \frac{x}{x+1} = 2,9$ $(x^2+2x)^2 - (x+1)^2 = 55$ 7. $(x-6)^4 + (x-4)^4 = 82$ $(2x-1)(x-2)(2x^2+7x+2) = -20x^2$ $x^2 + x + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} = 4$	$\frac{x^4}{(2x+3)^2} - \frac{2x^2}{2x+3} + 1 = 0$ $x^4 - 2x^3 - 18x^2 - 6x + 9 = 0$ 8. $(x+5)^4 + (x+3)^4 = 16$ $(x^2+x+1)^2 - 3x^2 - 3x - 1 = 0$ $x^4 + 5x^2(x+1) = 6(x+1)^2$

**Ответы к зачетной работе по теме «Уравнения высших степеней»**

$\frac{1}{2}; 2$ $-4 \pm \sqrt{5}$ 1. $2 \pm \sqrt{2}; \frac{-1 \pm \sqrt{13}}{2}$ $\frac{1}{2}; 2$ $-5; 3$	$-1; 3$ $-4; 2$ 2. $-2; \frac{-1}{2}$ $3; 7$ $\frac{5 \pm \sqrt{21}}{2}; \frac{-3 \pm \sqrt{5}}{2}$
$\frac{1}{2}; 2$ $-1; 0; \frac{-1 \pm \sqrt{15}}{2}$ 3. $-\frac{5}{2}; 0$ $-1; -3; 3 \pm \sqrt{6}$ $1; 5$	$-1; 3$ $0; \frac{3}{8}; \frac{3 \pm \sqrt{73}}{16}$ 4. $-3 \pm \sqrt{3}; \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$ $-4 \pm \sqrt{5}$ $1; \frac{-11 \pm \sqrt{85}}{6}$
$\frac{1}{2}; 2$ $-4 \pm \sqrt{21}$ 5. $0; 1 \pm \sqrt{2}; 1 \pm \sqrt{3}$ $-\frac{1}{2}; -\frac{7}{2}$ $\frac{1}{2}; 2$	$-1; 3$ $-4 \pm \sqrt{5}$ 6. $1; 5$ $\frac{5 \pm \sqrt{21}}{2}; \frac{-3 \pm \sqrt{5}}{2}$ $2 \pm \sqrt{2}; \frac{-1 \pm \sqrt{13}}{2}$

$\frac{1}{2}; 2$ $-4; 2$ $7.3; 7$ $-2; -\frac{1}{2}$ $1; \frac{-3 \pm \sqrt{5}}{2}$	$-1; 3$ $-1; -3; 3 \pm \sqrt{6};$ $8. -5; -3$ $-1; 0; \frac{-1 \pm \sqrt{15}}{2}$ $-3 \pm \sqrt{3}; \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$
---	---

**Зачетная работа по теме «Уравнения и неравенства с модулем»**

$ x^2 - x - 1  = 1$ $(x+2)^2 = 2 x+2  + 3$ $ x-2  - 3 3-x  + x = 0$ $ x^2 + 5x  < 6$ $ 3x-5  > 9x+1$	$ x^2 - 4x  = 4$ $x x  + 8x - 7 = 0$ $ x^2 - 9  +  x-3  = 6$ $2 x+1  \geq x-1$ $x^2 - x - 2 <  5x-3 $	$ x^2 + x - 1  = 2x - 1$ $ x  - 2 x+1  + 3 x+2  = 0$ $ x^2 - 4x  = 4$ $ x+2  <  x-2 $ $ x+1  -  x-1  > 1$	$ x+3  = x^2 + x - 6$ $ x-2 x-6x+8  = 0$ $ x-2  - 3 3-x  + x = 0$ $ x^2 - 3x  \geq x+5$ $ x^2 + 5x  < 6$
$ x  +  3x+2  +  2x-1  = 5$ $ 3x-1  = \frac{1}{4x-1}$ $ x^2 - 4x  = 4$ $ x+1  -  x-1  > 1$ $ x^2 - 6x + 8  < 5x - x^2$	$(x+2)^2 = 2 x+2  + 3$ $ x+3  = x^2 + x - 6$ $ x+3  -  5-2x  = 2 - 3x$ $ 3x-2 x < 1$ $ 3+x  \geq  x $	$ 4-x  +  2x-2  = 5 - 2x$ $x^2 + 4 x-3  - 7x + 11 = 0$ $ x^2 - x - 1  = 1$ $x^2 - 4 x  < 12$ $ x+2  <  x-2 $	$ 4-x  +  2x-2  = 5 - 2x$ $ x^2 + -1  = 2x - 1$ $ x^3 - x  = x + 4$ $ x^2 - 3x  \geq x + 5$ $ x^2 - 6x + 8  < 5x - x^2$
$x^2 - 4 x-3  - 7x + 11 = 0$ $ x^2 - 9  +  x+3  = 6$ $ x+3  = x^2 + x - 6$ $x^2 +  5x-4  - 1 \leq  3x-2 $ $ 3x-5  > 9x+1$	$x x  + 8x - 7 = 0$ $ 3x-1  = \frac{1}{4x-1}$ $ x-2  - 3 3-x  + x = 0$ $ x  - 2 x+1  + 3 x+2  \geq 0$ $x^2 - x - 2 <  5x-3 $	$ x+3  -  5-2x  = 2 - 3x$ $ x+3  = x^2 + x - 6$ $(x+2)^2 = 2 x+2  + 3$ $x^2 - 4 x  < 12$ $ 3x-2 x < 1$	$ x^2 - x - 1  = 1$ $x^2 + 4 x-3  - 7x + 11 = 0$ $ 4-x  +  2x-2  = 5 - 2x$ $ x  - 2 x+1  + 3 x+2  \geq 4$ $ x^2 - 3x  \geq x + 5$
$ x-2 x-6x+8  = 0$ $ x^2 - 9  +  x-3  = 6$ $ x^2 + x - 1  = 2x - 1$ $ x^2 + x - 2  >  x-2 $ $2 x+1  \geq x-1 $	$ x^2 - x - 1  = 1$ $x^2 - 4 x+1  + 5x + 4 = 0$ $ x+3  -  5-2x  = 2 - 3x$ $x^2 +  5x-4  - 1 \leq  3x-2 $ $x^2 - x - 2 <  5x-3 $	$ x^2 + x - 1  = 2x - 1$ $ x+3  = x^2 + x - 6$ $ x  - 2 x+1  + 3 x+2  = 0$ $ 3x-2 x < 1$ $ x^2 + 5x  < 6$	$ x^2 - 4x  = 4$ $ x-2  - 3 3-x  + x = 0$ $x x  + 8x - 7 = 0$ $ 3+x  \geq  x $ $ x  - 2 x+1  + 3 x+2  \geq 4$

$x^2 + 4 x - 3  - 7x + 11 = 0$ $ x^2 - 9  +  x - 3  = 6$ $ 3x - 1  = \frac{1}{4x - 1}$ $x^2 - x - 2 <  5x - 3 $ $ x^2 + 5x  < 6$	$(x + 2)^2 = 2 x + 2  + 3$ $ x^3 - x  = x + 4$ $ 4 - x  +  2x - 2  = 5 - 2x$ $ 3x - 2 x < 1$ $ x^2 + 3x  \geq 2 - x^2$	$ x  +  3x + 2  +  2x - 1  = 5$ $ x^2 - x - 1  = 1$ $ x - 2 x - 6x + 8 = 0$ $ x^2 - 3x  \geq x + 5$ $x^2 - 4 x  < 12$	$x x  + 8x - 7 = 0$ $ 3x - 1  = \frac{1}{4x - 1}$ $ x - 2  - 3 3 - x  + x = 0$ $ 3 + x  \geq  x $ $2 x + 1  \geq x - 1$
$ x + 3  = x^2 + x - 6$ $ x^2 - 9  +  x - 3  = 6$ $ x - 2 x - 6x + 8 = 0$ $x^2 - 4 x  < 12$ $ x + 2  <  x - 2 $	$(x + 2)^2 = 2 x + 2  + 3$ $x^2 - 4 x + 1  + 5x + 4 = 0$ $ 4 - x  +  2x - 2  = 5 - 2x$ $ x + 1  -  x - 1  > 1$ $ 3x - 5  > 9x + 1$	$ x^2 - x - 1  = 1$ $ x + 3  = x^2 + x - 6$ $ x  - 2 x + 1  + 3 x + 2  = 0$ $ 3 + x  \geq  x $ $x^2 - x - 2 <  5x - 3 $	$ x^3 - x  = x + 4$ $x x  + 8x - 7 = 0$ $ x^2 - 4x  = 4$ $ 3x - 5  > 9x + 1$ $ x^2 - 6x + 8  < 5x - x^2$

**Ответы к зачетной работе по теме « Уравнения и неравенства с модулем »**

$-1; 0; 1; 2$ $-5; 1$ $\frac{11}{5}; 7$ $\left(-\infty; \frac{1}{3}\right)$	$2; 2 + \sqrt{8}; 2 - \sqrt{8}$ $-4 + \sqrt{23}$ $-3; 2; \frac{-1 + \sqrt{73}}{2}$ $x \in R$ $(-5; 3 + 2\sqrt{2})$	$\frac{-3 + \sqrt{17}}{2}; 1$ $-2$ $2; 2 \pm \sqrt{8}$ $(-\infty; 0)$ $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$	$\pm 3$ $-2 \pm 2\sqrt{3}; 4 + 2\sqrt{2}$ $\frac{11}{5}; 7$ $(-\infty; -1] \cup [5; +\infty)$ $(-6; -3) \cup (-2; 1)$
$1; \frac{2}{3}$ $\frac{7}{12}$ $-2; 2 \pm \sqrt{8}$ $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$ $\left(\frac{11 - \sqrt{57}}{4}; \frac{11 + \sqrt{57}}{4}\right)$	$5; 1$ $\pm 3$ $-1$ $(-\infty; 1)$ $\left[-\frac{3}{2}; +\infty\right)$	$1$ $\frac{11 - \sqrt{29}}{2}; \frac{3 + \sqrt{13}}{2}$ $-1; 0; 1; 2$ $(-6; 6)$ $(-\infty; 0)$	$1$ $\frac{-3 + \sqrt{17}}{2}; 1$ $2; -\sqrt[3]{4}$ $(-\infty; -1] \cup [5; +\infty)$ $\left(\frac{11 - \sqrt{57}}{4}; \frac{11 + \sqrt{57}}{4}\right)$
$-8; -1; 0$ $-3; 2; \frac{-1 + \sqrt{73}}{2}$ $-3; 3$ $[-4 - \sqrt{11}; 1]$ $\left(-\infty; \frac{1}{3}\right)$	$4 + \sqrt{23}$ $\frac{7}{12}$ $-\frac{11}{5}; 7$ $(-\infty; -4] \cup [-1; +\infty)$ $(-5; 3 + 2\sqrt{2})$	$-1$ $-3; 3$ $-5; 1$ $(-6; 6)$ $(-\infty; 1)$	$-1; 0; 1; 2$ $\frac{11 - \sqrt{29}}{2}; \frac{3 + \sqrt{13}}{2}$ $1$ $(-\infty; -4] \cup [-1; \infty)$ $(-\infty; -1] \cup [5; \infty)$

$\pm 2\sqrt{3}; 4 + 2\sqrt{2};$ $-3; 2; \frac{-1 + \sqrt{73}}{2}$ $-\frac{-3 + \sqrt{17}}{2}; 1$ $(-\infty; -2)(-2; 0) \cup (2; +\infty)$ $x \in R$	$-1; 0; 1; 2$ $-8; -1; 0$ $-1$ $[-4 - \sqrt{11}; 1]$ $(-5; 3 + 2\sqrt{2})$	$\frac{-3 + \sqrt{17}}{2}; 1$ $-3; 3$ $-2$ $(-\infty; 1)$ $(-6; -3) \cup (-2; 1)$	$2; 2 \pm \sqrt{8}$ $\frac{11}{5}; 7$ $-4 + \sqrt{23}$ $[-\frac{3}{2}; +\infty)$ $(-\infty; -4] \cup [-1; +\infty)$
$\frac{11 - \sqrt{29}}{2}; \frac{3 + \sqrt{13}}{2}$ $-3; 2; \frac{-1 + \sqrt{73}}{2}$ $\frac{7}{12}$ $(-5; 3 + 2\sqrt{2})$ $(-\infty; -4] \cup [-1; +\infty)$	$-5; 1$ $2; -\sqrt[3]{4}$ $1$ $(-\infty; 1)$ $(-\infty; -\frac{2}{3}] \cup [\frac{1}{2}; +\infty)$	$-1; \frac{2}{3}$ $-1; 0; 1; 2$ $-2 \pm 2\sqrt{3}; 4 + 2\sqrt{2}$ $(-\infty; -1] \cup [5; +\infty)$ $(-6; 6)$	$-4 + \sqrt{23}$ $\frac{7}{12}$ $\frac{11}{5}; 7$ $[-\frac{3}{2}; +\infty)$ $x \in R$
$-3; 3$ $-3; 2; \frac{-1 + \sqrt{73}}{2}$ $-2 \pm 2\sqrt{3}; 4 + 2\sqrt{2}$ $(-6; 6)$ $(-\infty; 0)$	$-5; 1$ $-8; -1; 0$ $1$ $(\frac{1}{2}; +\infty)$ $(-\infty; \frac{1}{3})$	$-1; 0; 1; 2$ $-3; 3$ $-2$ $[-\frac{3}{2}; +\infty)$ $(-5; 3 + 2\sqrt{2})$	$2; -\sqrt[3]{4}$ $-4 + \sqrt{23}$ $2; 2 \pm \sqrt{8}$ $(-\infty; \frac{1}{3})$ $(\frac{11 - \sqrt{57}}{4}; \frac{11 + \sqrt{57}}{4})$

**Зачетная работа по теме «Системы уравнений».**

$\begin{cases} x + y^2 = 2, \\ 2y^2 + x^2 = 3; \end{cases}$ $\begin{cases} 2x^2 - 3xy + 5y = 5, \\ (x - 2)(y - 1) = 0; \end{cases}$ $\begin{cases} \sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{y} = 3, \\ xy = 8; \end{cases}$ $\begin{cases} x^2 + y^2 = 17, \\ x + xy + y = 9; \end{cases}$	$\begin{cases} x^2 - 2xy + y^2 = 9, \\ 4x^2 + xy + 4y^2 = 18, \end{cases}$ $\begin{cases} x^2 + y^2 = 13, \\ xy = 6; \end{cases}$ $\begin{cases} (x + y)^3(x - y)^2 = 27, \\ (x - y)^3(x + y)^2 = 9; \end{cases}$ $\begin{cases} \sqrt{x^2 + 5} + \sqrt{y^2 - 5} = 5, \\ x^2 + y^2 = 13; \end{cases}$
--	---

$\begin{cases} xy - x + y = 7, \\ xy + x - y = 13; \\ x^2 - x + 1 = y, \\ y^2 - y + 1 = x; \\ xy^3 + x^3y = -10, \\ x^2y^4 + x^4y^2 = 20; \\ x^2 - y^2 = 3, \\ x^2 - xy = 2; \end{cases}$	$\begin{cases} 3x^2 + 3y^2 - 11x - 7y + 10 = 0, \\ x^2 + y^2 - 4x - 3y + 5 = 0; \\ 2x^2 - xy + y^2 = 28, \\ x^2 + 3xy - 3y^2 = 28; \\ x^3 - y^3 = 19, \\ xy(x - y) = 6; \\ x + y = 3, \\ x^3 + x^2y = 12 \end{cases}$
$\begin{cases} x + y^2 = 2, \\ 2y^2 + x^2 = 3; \\ x^2 - 2xy + y^2 = 9, \\ 4x^2 + xy + 4y^2 = 18; \\ xy - x + y = 7, \\ xy + x - y = 13; \\ 3x^2 + 3y^2 - 11x - 7y + 10 = 0, \\ x^2 + y^2 - 4x - 3y + 5 = 0; \end{cases}$	$\begin{cases} 2x^2 - 3xy + 5y = 5, \\ (x - 2)(y - 1) = 0; \\ x^2 + y^2 = 13, \\ xy = 6; \\ x^2 - x + 1 = y, \\ y^2 - y + 1 = x; \\ 2x^2 - xy + y^2 = 28, \\ x^2 + 3xy - 3y^2 = 28; \end{cases}$
$\begin{cases} x^3 - y^3 = 19, \\ xy(x - y) = 6; \\ xy^3 + x^3y = -10, \\ x^2y^4 + x^4y^2 = 20; \\ (x + y)^3(x - y)^2 = 27, \\ (x - y)^3(x + y)^2 = 9; \\ \sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{y} = 3, \\ xy = 8; \end{cases}$	$\begin{cases} x + y = 3, \\ x^3 + x^2y = 12; \\ x^2 - y^2 = 3, \\ x^2 - xy = 2; \\ \sqrt{x^2 + 5} + \sqrt{y^2 - 5} = 5, \\ x^2 + y^2 = 13; \\ x^2 + y^2 = 17, \\ x + xy + y = 9; \end{cases}$

**Ответы к зачетной работе по теме « Системы уравнений »**

$(1; -1)(1; 1)$ $(2; 3)(0; 1)(1, 5; 1)$ $(8; 1)(1; 8)$ $(4; 1)(1; 4)$	$(2; -1)(-1; 2)(-2; 1)(1; -2)$ $(3; 2)(2; 3)(-3; -2)(-2; -3)$ $(2; 1)$ $(2; 3)(-2; -3)(-2; 3)(2; -3)$
$(5; 2)(-2; -5)$ $(1; 1)$ $(2; -1)(-2; 1)(1; -2)(-1; 2)$ $(2; 1)(-2; -1)$	$(3; 1)(1; 2)$ $(4; 2)(-4; -2)$ $(3; 2)(-2; -3)$ $(2; 1)(-2; 5)$
$(1; -1)(1; 1)$ $(2; -1)(-1; 2)(-2; 1)(1; -2)$ $(5; 2)(-2; -5)$ $(3; 1)(1; 2)$	$(2; 3)(0; 1)(1, 5; 1)$ $(3; 2)(2; 3)(-3; -2)(-2; -3)$ $(1; 1)$ $(4; 2)(-4; -2)$

(3;2)(-2;-3)	(2;1)(-2;5)
(2;-1)(-2;1)(1;-2)(-1;2)	(2;1)(-2;-1)
(2;1)	(2;3)(-2;-3)(-2;3)(2;-3)
(8;1)(1;8)	(4;1)(1;4)

**Зачетная работа по теме «Иррациональные уравнения и неравенства»**

$\sqrt{x} + \sqrt{x-3} = \sqrt{3(x-1)}$ $\sqrt{3x-5} = 3 - \sqrt{x-2}$ $\sqrt{x-3} + 6 = 5\sqrt[4]{x-3}$ $\sqrt[3]{12-x} + \sqrt[3]{14+x} = 2$ $\sqrt{x+6} + 2\sqrt{x+5} + \sqrt{x+6} - 2\sqrt{x+5} = 6$ $\sqrt{x^2+5x} < \sqrt{1-x^2+4x}$ $\sqrt{x^2-5x-24} > x+2$	$2\sqrt{x-1} - \sqrt{x+2} - \sqrt{5x-10} = 0$ $2\sqrt{x^2-2x-8} - \sqrt{x^2-16} = \sqrt{3x^2-13x+4}$ $\frac{x^2}{\sqrt{2x+5}} + \sqrt{2x+5} = 2x$ $\sqrt{x+2} - \sqrt[3]{3x+2} = 0$ $\sqrt{x+2\sqrt{x-1}} - \sqrt{x-2\sqrt{x-1}} = 3$ $(x+1)\sqrt{x^2+1} > x^2-1$ $\sqrt{x^2-5x-24} > x+2$
$\sqrt{2x^2+5x+2} - \sqrt{x^2+x-2} = \sqrt{3x+6}$ $\frac{x}{x+1} - 2\sqrt{\frac{x+1}{x}} = 3$ $\sqrt[3]{9-\sqrt{x+1}} + \sqrt[3]{7+\sqrt{x+1}} = 4$ $\sqrt[3]{(x+3)^2} + \sqrt[3]{(6-x)^2} - \sqrt[3]{(x+3)(6-x)} = 3$ $\sqrt{x+6} + 2\sqrt{x+5} + \sqrt{x+6} - 2\sqrt{x+5} = 6$ $\sqrt{x-6} - \sqrt{x+10} \leq 1$ $\sqrt{x^2-3x-18} < 4-x$	$\sqrt{3x-5} = 3 - \sqrt{x-2}$ $(\sqrt{x+1}+1)(\sqrt{x+10}-4) = x$ $2x^2+3x-5\sqrt{2x^2+3x+9}+3=0$ $\sqrt[3]{12-x} + \sqrt[3]{14+x} = 2$ $\sqrt{x+2\sqrt{x-1}} - \sqrt{x-2\sqrt{x-1}} = 3$ $x+4 > 2\sqrt{4-x^2}$ $(x+2)\sqrt{(4-x)(5-x)} \geq 0$
$\sqrt{3x+1} + \sqrt{16-3x} = 5$ $2\sqrt{x^2-2x-8} - \sqrt{x^2-16} = \sqrt{3x^2-13x+4}$ $\sqrt{x-3} + 6 = 5\sqrt[4]{x-3}$ $x^2 + \sqrt{x^2+2x+8} = 12-2x$ $\sqrt{x+2\sqrt{x-1}} - \sqrt{x-2\sqrt{x-1}} = 3$ $\sqrt{x^2+5x} < \sqrt{1-x^2+4x}$ $(x+8)\sqrt{x^2-5x+4} \leq 0$	$\sqrt{6-4x-x^2} = x+4$ $\sqrt{2x^2+5x+2\sqrt{x^2+x-2}} = \sqrt{3x+6}$ $2x^2+3x-5\sqrt{2x^2+3x+9}+3=0$ $\sqrt{x+2} - \sqrt[3]{3x+2} = 0$ $\sqrt{x+6} + 2\sqrt{x+5} + \sqrt{x+6} - 2\sqrt{x+5} = 6$ $\sqrt{x^2-3x-18} < 4-x$ $\sqrt{x-6} - \sqrt{x+10} \leq 1$
$x + \sqrt{2x^2-14x+13} = 5$ $\sqrt{x} + \sqrt{x-3} = \sqrt{3(x-1)}$ $\sqrt{2x+3} + \sqrt{x+1} = 3x + 2\sqrt{2x^2+5x+3} - 16$ $\sqrt{7x+1} = 2\sqrt{x+4}$ $\sqrt{x+2\sqrt{x-1}} - \sqrt{x-2\sqrt{x-1}} = 3$ $x+4 > 2\sqrt{4-x^2}$ $(x+2)\sqrt{(4-x)(5-x)} \geq 0$	$\sqrt{6x^2+2x-10} = \sqrt{x^2-x-2}$ $\sqrt{3x-5} = 3 - \sqrt{x-2}$ $\sqrt{x-3} + 6 = 5\sqrt[4]{x-3}$ $\sqrt[3]{12-x} + \sqrt[3]{14+x} = 2$ $\sqrt{x+6} + 2\sqrt{x+5} + \sqrt{x+6} - 2\sqrt{x+5} = 6$ $(x+1)\sqrt{x^2+1} > x^2-1$ $\sqrt{x+3} < \sqrt{x-1} + \sqrt{x-2}$

**Ответы к зачетной работе по теме «Иррациональные уравнения и неравенства».**

4 3 19;84 -15;13 4 [0;0,5) (-∞;-3]	2 4 5 2 нет корней (-1;+∞) (-∞;-3]
-2;1;13 4 $-\frac{1}{3}$ 0 -2;5 4 [6;+∞) (-∞;-3]	3 -1 -4,5;3 -15;13 нет корней [-2;-1,6) [-2;4]
0;5 4 19;84 -4;2 нет корней [0;0,5) (-∞;-8] ∪ {1;4}	-1 -2;1;13 -4,5;3 2 4 (-∞;-3] [6;+∞)
-2 4 3 5 нет корней [-2;-1,6) [-2;4]	-1,6 3 19;84 -15;13 4 (-1;+∞) (2√2;+∞)

**Самостоятельная работа «Применение свойств функций к решению уравнений»**

Вариант 1

1. Решите уравнения:

$$\sqrt{x^2 + 2x + 5} + \sqrt{x^2 + 6x + 10} = 3$$

$$(\sin x + 1) \left( 1 + \sqrt{(\sin x + 1)^2 + 7} \right) - \left( 1 + \sqrt{\cos^2 x + 7} \right) \cos x = 0$$

2. Решите неравенство:

$$|\operatorname{ctg} x| + \frac{1}{|\operatorname{ctg} x|} \leq 2 - x^2 - \frac{\pi x}{2} - \frac{\pi^2}{16}$$

Вариант 2

1. Решите уравнения:

$$\sqrt{x^2 - 4x + 5} + \sqrt{2x^2 - 8x + 17} = 4$$

$$\left(1 + \sqrt[4]{\log^4_2 x + 2}\right) \log^2_2 x + \left(1 + \sqrt[4]{\log^2_{0.5} x + 2}\right) \log_{0.5} x = 0$$

2. Решите неравенство:

$$|\operatorname{tg} x| + \frac{1}{|\operatorname{tg} x|} \leq 2 - x^2 + \frac{\pi x}{2} - \frac{\pi^2}{16}$$

Вариант 3

1. Решите уравнения:

$$|\lg(x - 5)| + 2 = \sqrt{4 - (x - 6)^2}$$

$$x^5 + x^3 + 1 - \sqrt{10 - x} = 0$$

2. Решите неравенство:

$$\sqrt{\log_2(x - 3)} + 10^{\log_2(x - 3)} \leq \sqrt{\log_2(x^2 - 3x)} + 10^{\log_2(x^2 - 3x)}$$

Вариант 4

1. Решите уравнения:

$$|\lg(x - 4)| + 3 = \sqrt{9 - (x - 5)^2}$$

$$x^5 + x^3 - 37 - \sqrt{25 - 8x} = 0$$

2. Решите неравенство:

$$\sqrt{\log_5(x + 1)} + 3^{\log_5(x + 1)} < \sqrt{\log_5 \frac{2}{x}} + 3^{\log_5 \frac{2}{x}}$$